Ohmsches Gesetz

A. Grundlagen

Berechnungen werden mit den Einheiten des SI-Einheitensystems durchgeführt, dem international am weitesten verbreitete Einheitensystem für physikalische Größen. Die Buchstaben SI stehen dabei für die Abkürzung der französischen Bezeichnung ***S**ystème **i**nternational d'unités,* da das System ursprünglich von der französischen Akademie für Wissenschaften entwickelt wurde und anschließend von vielen anderen Ländern in der Welt übernommen wurde.

- Die physikalische Größe Stromspannung ***U*** wird in der Basiseinheit Volt, abgekürzt **V**, gemessen.
- Die physikalische Größe Stromstärke ***I*** wird in der Basiseinheit Ampère, abgekürzt **A**, gemessen.
- Die physikalische Größe Widerstand ***R*** wird in der Basiseinheit Ohm gemessen, die mit dem griechischen Buchstaben Omega **Ω** abgekürzt wird.

Der deutsche Physiker Georg Simon Ohm entdeckte um 1825 die Beziehungen dieser physikalischen Größen zueinander. Ihm zu Ehren wurde das von ihm entdeckte Naturgesetz später als Ohmsches Gesetz bezeichnet.

Um den Unterschied zwischen den physikalischen Größen (wie ***U***, ***I*** oder ***R***) zu den Basiseinheiten deutlich zu machen, mit denen sie gemessen werden, werden die physikalischen Größen in Lehrbüchern meist in schräger, also *kursiver Schrift* gesetzt, die Basiseinheiten dagegen in normaler Schrift, also physikalische Größe ***I*** gemessen in **A**.

Das Ohmsche Gesetz stellt fest, dass die Spannung des Stroms ***U*** dem Produkt aus der Stärke des Stromflusses (meist einfach Stromstärke genannt) ***I*** und dem Widerstand ***R*** entspricht,
also: $\boldsymbol{U = I \times R}$. Umgangssprachlich sagt man: ***U*** ist gleich ***I*** mal ***R***, mathematisch korrekt wäre: ***U*** ist das Produkt der Multiplikation von ***I*** mit ***R***.

Je nachdem welche Größen eines Stromkreises bekannt und welche ermittelt werden müssen, verwendet man dieses Gesetz auch in den Umformungen $\boldsymbol{I = \frac{U}{R}}$ und $\boldsymbol{R = \frac{U}{I}}$

Man verwendet die Bezeichnung **Widerstand** auch für ein **Bauelement**, das in Stromkreisen eingesetzt wird,

- um die Stärke des Stromflusses ***I*** in einem Stromkreis zu begrenzen
- um die Spannung ***U*** vor einem nachfolgenden Bauelement im Stromkreis zu reduzieren.

B. Spezifischer Widerstand

Das als Widerstand bezeichnete Bauelement besteht aus einem dünnen Draht, das von einem Isolator umgeben ist. Drei Eigenschaften bestimmen die Größe des elektrischen Widerstandes dieses Bauelementes:

1. die Länge ***L*** des Drahtes, die in der Basiseinheit Meter, abgekürzt **m**, gemessen wird.
2. der Querschnitt ***A*** des Drahtes, der in Quadratmillimetern, abgekürzt $\mathbf{mm^2}$, gemessen wird. Wichtig: nicht die physikalische Größe ***A***, die für den Querschnitt des Drahtes steht, mit der Basiseinheit für die Stromstärke Ampère verwechseln, die ebenfalls mit **A** abgekürzt wird.
3. das für den Draht verwendete Material, das einen spezifischen Widerstand hat.
Für die Bezeichnung der physikalischen Größe des spezifischen Widerstandes eines Materials verwendet man den griechischen Buchstaben **Rho**, der je nach verwendetem Schrifttyp mit den Zeichen ***ρ*** oder der Variante ***ϱ*** angegeben wird.

Für den spezifischen Widerstand ϱ gibt es keine eigene SI-Einheit, er wird in der Regel durch die Kombination der Einheiten $\Omega\frac{\boldsymbol{mm^2}}{\boldsymbol{m}}$ angegeben.

Die spezifischen Widerstände von Materialien sind in den meisten Tabellenbüchern aufgelistet. Der spezifische Widerstand von Kupfer beträgt zum Beispiel ungefähr 0,018 $\Omega \frac{mm^2}{m}$.

C. Reihenschaltung

In einer Reihenschaltung gelten folgende Regeln:

- Die Stromstärke ***I*** ist für alle Verbraucher der Reihenschaltung identisch, als $I_{ges}=I_1 = I_2= \ldots$
- Die Gesamtspannung ***U*** entspricht der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also $U_{ges}=U_1 + U_2+ \ldots$
  Um diese Summe auszudrücken, verwendet man auch den griechischen Buchstaben Sigma Σ, also $U_{ges}= \Sigma U_n= U_1 + U_2+ \ldots$
- Ebenso entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summer der Einzelwiderstände, also $R_{ges}= \Sigma R_n= R_1 + R_2+ \ldots$

D. Mathematische Kenntnisse, die zum Lösen der Aufgaben erforderlich sind

1. Berechnung von Umfang und Fläche eines Kreises

Die älteste uns bekannte Näherung der Zahl, die das Verhältnis von Umfang, Durchmesser und Fläche eines Kreises beschreibt, stammt aus einem ungefähr 3.600 Jahre alten ägyptischen Rechenbuch:

- Multipliziert man die Hälfte des **Durchmesser**s ***d*** eines Kreises, also den **Radius *r*** zunächst mit sich selbst und dann mit ungefähr 3,14, erhält man die **Fläche *A*** des Kreises. Bei einem Draht bezeichnet man diese Fläche auch als **Querschnitt**.
  Nach den Ägyptern haben sich auch die Griechen mit mathematischen Problemen beschäftigt und diese Zahl von ungefähr 3,14 mit ihrem Buchstaben **Pi π** bezeichnet.
  Mathematisch drückt man das Verhältnis von Radius ***r*** zur Fläche ***A*** durch die Gleichung: $\boldsymbol{A = \pi r^2}$ aus.
  (Achtung: Hier steht ***A*** nicht für die Maßeinheit Ampère, mit der man die Stromstärke misst, sondern für die Fläche (auch Querschnitt benannt)
- Multipliziert man den Durchmesser ***d***, also den zweifachen Radius eines Kreises mit **π**, so erhält man den Umfang ***U*** des Kreises.
  Mathematisch lautet die Gleichung: $\boldsymbol{U = \pi d}$ *(bei Bezug auf den Durchmesser) oder* $\boldsymbol{U = 2 r \pi}$ *(bei Bezug auf den Radius).*
  (Und wieder Achtung: Hier steht ***U*** nicht für die Stromspannung, sondern für den Kreisumfang).

Beispiel:

Hat man also einen Draht, der mit 200 Windungen (oder Wicklungen) auf eine Spule mit einem mittleren (=durchschnittlichen) Windungsdurchmesser von 30 mm gewickelt ist, so berechnet sich die Drahtlänge wie folgt:

Windungsdurchmesser d = 30 mm: nach $\boldsymbol{U = \pi d}$ *ist* $\boldsymbol{U = 3{,}14 \times 30\ mm = 94{,}2\ mm}$
94,2 mm = **9,42 cm** = **0,0942 m** ist also der mittlere (oder auch durchschnittliche) Umfang der Spule. Bei 200 Windungen hat der Draht also eine Gesamtlänge von **0,0942 m × 200 = 18,84 m.**

2. Umformung von Einheiten und Exponentialscheibweise

Ist der Einheit ein großes **M** vorangestellt so bedeutet das: ein Tausendfaches. 1 MV (ausgesprochen: ein Megavolt) sind also eintausend Volt, mathematisch geschrieben 1 MV = 1.000 V.

Eine Zahl kann man auch mit der mathematischen **Exponentialschreibweise** darstellen. Die Zahl, die dabei mit sich selbst multipliziert wird, nennt man dabei **Basis**, die Anzahl wie oft sie mit sich selbst multipliziert wird, nennt man **Exponent** beides zusammen nennt man **Potenz**. Die Exponentialschreibweise der Zahl 1.000 zur Basis 10 ist 10^3, da man die Zahl 10 dreimal mit sich selbst multiplizieren muss, um Tausend zu erhalten:
(10 x 10 x 10 = 1.000). Bei der Potenz 10^3 ist 10 die Basis, 3 der Exponent.

Ist der Einheit ein großes **G** vorangestellt so bedeutet das: ein Millionenfaches. 1 GV (ausgesprochen ein Gigavolt) sind also eine Million Volt. Da man die Zahl 10 sechs Mal mit sich selbst multiplizieren muss, um eine Million zu erhalten, wird die Zahl Million in Exponentialschreibweise 10^6 geschrieben.

Ist der Einheit ein kleines **m** vorangestellt so bedeutet das: ein Tausendstel. 1 mV (ausgesprochen: ein Millivolt) ist also ein Tausendstel Volt, mathematisch geschrieben 1mV = 0,001 V. Bei der Exponentialschreibweise verwendet man einen negativen Exponenten:
$1\text{mV} = \frac{1}{1.000}\,\text{V} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10}\,\text{V} = \frac{1}{10^3}\,\text{V} = 1 \times 10^{-3}\,\text{V} = 10^{-3}\,\text{V}$

Ist der Einheit der griechische Buchstabe My **µ** vorangestellt, so bedeutet das: ein Millionstel.
1 µV (ausgesprochen: ein Mikrovolt) ist also ein Millionstel Volt,
mathematisch geschrieben 1µV = 0,001 mV = 0,000001 V = 1 x $10^{-6}\,\mathrm{V} = 10^{-6}\,\mathrm{V}$.

3. Kürzen

a) Bei Divisionen:

1. Steht über und unter dem Bruchstrich dieselbe Potenz, so hebt sie sich gegenseitig auf.

Beispiel $\frac{5\,\mathrm{mV}}{7\mathrm{mA}} = \frac{5 \times 10^{-3}\mathrm{V}}{7 \times 10^{-3}\mathrm{A}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{7\,\mathrm{A}}$

2. Steht über und unter dem Bruchstrich eine Potenz mit derselben Basis aber einem anderen Exponenten, so kann man durch Subtraktion der Exponenten kürzen:

Beispiel $\frac{5\,\mathrm{mV}}{7\mu\mathrm{A}} = \frac{5 \times 10^{-3}\mathrm{V}}{7 \times 10^{-6}\mathrm{A}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{7 \times 10^{-3}\mathrm{A}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{7\,\mathrm{mA}}$

3. Lassen sich Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren, so kann man ebenfalls kürzen:

Beispiel: $\frac{25\,\mathrm{V}}{35\,\mathrm{A}} = \frac{5 \times 5\,\mathrm{V}}{7 \times 5\,\mathrm{A}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{7\,\mathrm{A}}$

b) Bei Multiplikationen:

Gegenläufige Exponenten zur selben Basis kann man ebenfalls gegeneinander kürzen:

Beispiel 1: 7 mA x 5 MV = 7 x 10^{-3} A x 5 x 10^{3} V = 7 A x 5 V

Beispiel 2: 7 µA x 5 MV = 7 x 10^{-6} A x 5 x 10^{3} V = 7 x 10^{-3} A x 5 V = 7 mA x 5 V

4. Runden

Manche Zahlen, wie die Zahl π (= 3,14159 26535…) haben viele Nachkommastellen, die man nicht alle ausschreiben kann. Deswegen bricht man an einer Stelle ab, die mathematische Bezeichnung für dieses Vorgehen heißt **Runden**. Wenn die Zahl, die der Stelle folgt, an der man rundet, 5 oder größer ist, dann rundet man auf, ansonsten rundet man ab.

Beispiel 1 - **Aufrunden**: Entscheidet man sich dafür π an der vierten Nachkommastelle zu runden, so rundet man auf und schreibt 3,1416, da die nächstfolgende Zahl 9 ≥ (größergleich) 5 ist.

Beispiel 2 – **Abrunden**: Entscheidet man sich dafür π an der zweiten Nachkommastelle zu runden, so rundet man auf und schreibt 3,14, da die nächstfolgende Zahl 1 < (kleiner) als 5 ist.

E. Vorgehen bei der Lösung der Aufgaben

Viele Aufgaben sind in Unteraufgaben gegliedert, die nicht immer in der vorgegebenen Reihenfolge gelöst werden können. Manchmal kann die Unteraufgabe a) erst gelöst werden, nachdem man zuvor die Unteraufgabe c) gelöst hat.

Deshalb muss man sich bei der Bearbeitung jeder Aufgabe

1. zunächst einen Überblick verschaffen, welche Größen bekannt und welche gesucht werden,
2. dann einen geeigneten Lösungsweg entwickeln,
3. dann die Grundformeln so umstellen,
   dass auf der einen Seite der Gleichung die bekannten Werte so eingesetzt werden können, dass sich auf der anderen Seite daraus die Lösung ergibt.

Aufgaben Seite 190

1. Eine Halogen-Scheinwerferlampe hat eine Nennspannung *U* von 12 V. Der Widerstand *R* der Glühwendel beträgt 2,616 Ω. Welcher Strom *I* fließt durch die Glühwendel?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *R*, gesucht wird *I*.

   $I = \frac{U}{R}$

   $I = \frac{12\text{ V}}{2{,}618\Omega} = 4{,}584\text{ A}$

   Lösung:

   Es fließt ein Strom mit der Stärke von 4,584 A durch die Glühwendel.

2. In einer Glühkerze mit einer Nennspannung *U* von 0,9 V fließt ein Strom *I* von 49 A. Wie groß ist der Widerstand R der Glühschleife?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $R = \frac{U}{I}$

   $R = \frac{0{,}9\text{V}}{49\text{ A}} = 0{,}0184\Omega$

   Lösung:

   Der Widerstand R der Glühschleife beträgt 0,0184 Ω.

3. In einer Glühstiftkerze mit einem Widerstand *R* von 4,8 Ω fließt ein Strom *I* von 5 A. Für welche Spannung *U* ist die Glühstiftkerze ausgelegt.

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $U = I \times R$

   $U = 5\text{A} \times 4{,}8\Omega = 24\text{ V}$

   Lösung:

   Die Glühstiftkerze ist für 24 V ausgelegt.

4. Eine Relaisspule hat einen Widerstand von 60 Ω. Es fließt ein Strom von 0,2 A in der Spule. Für welche Spannung ist die Spule ausgelegt?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $U = I \times R$

   $U = 0{,}2\text{A} \times 60\ \Omega = 12\text{ V}$

   Lösung:

   Die Spule ist für 12 Volt ausgelegt.

5. An welcher Spannung liegt eine Parkleuchte, die bei einem Widerstand der Leuchtwendel von 24 Ω einen Strom von 0,5 A aufnimmt?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $$U = I \times R$$

   $$U = 0{,}5\mathrm{A} \times 24\ \Omega = 12\ \mathrm{V}$$

   Lösung:

   Die Parkleuchte liegt an einer Spannung von 12 Volt.

6. An einer Starterbatterie wird bei einer Klemmenspannung von 12,8 V ein Widerstand von 0,2 Ω angeschlossen. Wie groß ist der Strom im Widerstand?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *R*, gesucht wird *I*.

   $$I = \frac{U}{R}$$

   $$I = \frac{12{,}8\ \mathrm{V}}{0{,}2\Omega} = 64\ \mathrm{A}.$$

   Lösung:

   Die Stromstärke beträgt 64 A.

7. Wegen einer nicht einwandfreien Leitungsisolation fließt bei einer Betriebsspannung von 28 V ein Fehlerstrom von 0,5 mA. Wie groß ist der Isolationswiderstand an der Fehlerstelle?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $$R = \frac{U}{I}$$

   $$R = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{mA}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}0005\ \mathrm{A}} = 56.000\ \Omega$$

   Alternativ: $R = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{mA}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \ \mathrm{A}} \times\ 10^3 = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \ \mathrm{A}} \times\ 1.000 = 56.000\ \Omega$

   Lösung:

   Der Isolationswiderstand beträgt 56.000 Ω.

8. An einem Widerstand liegt eine Spannung von 250 mV. Im Widerstand fließt ein Strom von 500µA. Wie groß ist der Widerstand?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $$R = \frac{U}{I}$$

   $$R = \frac{250\ \mathrm{mV}}{500\ \mu\mathrm{A}} = \frac{250\ \mathrm{V}}{500\ \ \mathrm{mA}} = \frac{250\ \mathrm{V}}{500\ \ \mathrm{mA}} = \frac{250\ \mathrm{V}}{0{,}5\mathrm{A}} = 500\ \Omega$$

Erläuterung: Hier kann man im Zähler (der Zahl über dem Bruchstrich) und im Nenner (der Zahl unter dem Bruchstrich) je ein Tausendstel kürzen und so über dem Bruchstrich aus Millivolt -> Volt machen und unter dem Bruchstrich aus Mikroampere ->Milliampere.

Lösung:

Der Widerstand beträgt 500 Ω.

9. In einem Widerstand von 0,3 MΩ fließt ein Strom von 40µA. An welcher Spannung liegt der Widerstand?

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $$U = I \times R$$

   $$U = 40\ \mu\text{A} \times 0{,}3\ \text{M}\Omega = 40\ \text{mA}\ \times 0{,}3\Omega = 0{,}04\ \text{A}\ \times 0{,}3\Omega = 0{,}012\ \text{V} = 12\ \text{mV}$$

   Erläuterung: Mega M mit Mikro µ verrechnet ergibt Milli.

   Lösung:

   Der Widerstand liegt an einer Spannung von 12 mV.

10. Der Vorwiderstand in einer Vorglühanlage soll neu gewickelt werden. Im Betriebszustand liegt er an einer Spannung von 3,3 V, der Strom beträgt 50 A. ϱ = 1,2 $\Omega mm^2/m$, *A* = 4 mm^2. Wie groß ist die Länge des Widerstandsdrahtes.

11. Eine 12-V-Relaisspule aus Kupferdraht mit einem Drahtdurchmesser von 0,1 mm hat 400 Windungen. Der mittlere Windungsdurchmesser beträgt 15 mm. Berechnen Sie 1) Widerstand, b) Drahtlänge, c) Strom.

Reihenschaltung

In einer Reihenschaltung gelten folgende Regeln:

1. Die Stromstärke ***I*** ist für alle Verbraucher der Reihenschaltung identisch, als $I_{ges}=I_1 = I_2= \ldots$
2. Die Gesamtspannung ***U*** entspricht der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also $U_{ges}=U_1 + U_2+ \ldots$
   Um diese Summe auszudrücken, verwendet man auch den griechischen Buchstaben Sigma Σ, also $U_{ges}= \Sigma U_n= U_1 + U_2+ \ldots$
3. Ebenso entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summer der Einzelwiderstände, also $R_{ges}= \Sigma R_n= R_1 + R_2+ \ldots$

Aufgaben Seite 194

1. Die Widerstände R1 = 3 Ω, R2 = 5 Ω , R3 = 2 Ω liegen in Reihe an einer Spannung von 6V. Berechnen Sie a) den Gesamtwiderstand, b) den Strom, c) die Spannungsabfälle.
2. Vier gleich große Widerstände mit einem Widerstandswert von je 3 Ω sind in Reihe geschaltet. Es fließt ein Strom von 0,5 A im 4. Widerstand. Bestimmen Sie den Strom in den übrigen Widerständen, die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen sowie die Gesamtspannung.
3. Die Widerstände R1 = 8 Ω, R2 = 42 Ω, R3 = 150 Ω liegen in einer Reihenschaltung an einer Spannung von 10 V. Berechnen Sie a) den Gesamtwiderstand, b) den Strom in den einzelnen Widerständen, c) die Spannungsabfälle in den einzelnen Widerständen.
4. In einer Reihenschaltung aus zwei Widerständen sind bekannt die Gesamtspannung U = 50V, der Teilwiderstand R2 = 0,4 Ω, der Gesamtwiderstand R = 2 Ω. Berechnen Sie den Teilwiderstand R1 sowie die Teilspannungen an den Widerständen.
5. Zwei Widerstände sind nach Bild 1 geschaltet. Berechnen Sie a) U2, b) R1, c) R.
6. Die Widerstände R1, R2, R3 sind nach Bild 2 geschaltet. Berechnen Sie a) den Strom I, die Teilspannungen U1 und U3, c= die Gesamtspannung U, d) den Gesamtwiderstand R.
7. Drei Widerstände sind nach Bild 3 geschaltet. Berechnen Sie a) die Teilspannungen U2 und U3, b) die Teilwiderstände R1 und R2, c) den Gesamtwiderstand R.
8. Berechnen Sie in der Schaltung nach Bild 4 a) den Strom, b) den Gesamtwiderstand, c) den Widerstand R1, d) die fehlenden Teilspannungen.
9. Eine 12-V-Starterbatterie soll an einer Gleichspannungsquelle von 220 V aufgeladen werden (Bild 5). Beim Beginn der Ladung beträgt die Ladespannung 2V je Zelle bei einem Ladestrom von 20 A. Am Ende der Ladung beträgt die Ladespannung 2,6 V je Zelle bei einem Ladestrom von 5 A. Wie groß ist jeweils der erforderliche Vorwiderstand bei Beginn und Ende der Ladung?
10. Berechnen Sie in der Schaltung nach Bild 6 fü beider Schalterstellungen a) den Strom, b) den Spannungsabfall am Voerwiderstand, c9 die Größe des Voerwiderstandes, d) die Drahtlänge des Vorwiderstandes, wenn der Drahtdurchmesser 2,5 mm und ϱ = 1,4 Ω mm²/m beträgt.
11. Wie verändern sich die Spannungs- und Stromwerte aus Aufgabe 10, wenn versehentlich eine falsche Glühkerze mit den Werten 0,9 V / 0,018 Ω eingebaut wurde?
12. Die Schaltung nach Bild 6 hat die gleichen Werte wie Aufgabe 10. Nach der 2. Glühkerze besteht jedoch ein Masseschluss. Berechnen Sie für beide Schalterstellungen a) den Strom, b) die prozentuale Stromzunahme gegenüber Aufgabe 10, c) die Spannungsabfälle.