Ohmsches Gesetz

A. Grundlagen

Berechnungen werden mit den Einheiten des SI-Einheitensystems durchgeführt, dem international am weitesten verbreitete Einheitensystem für physikalische Größen. Die Buchstaben SI stehen dabei für die Abkürzung der französischen Bezeichnung ***S**ystème **i**nternational d'unités,* da das System ursprünglich von der französischen Akademie für Wissenschaften entwickelt wurde und anschließend von vielen anderen Ländern in der Welt übernommen wurde.

- Die physikalische Größe Stromspannung ***U*** wird in der Basiseinheit Volt, abgekürzt **V**, gemessen.
- Die physikalische Größe Stromstärke ***I*** wird in der Basiseinheit Ampère, abgekürzt **A**, gemessen.
- Die physikalische Größe Widerstand ***R*** wird in der Basiseinheit Ohm gemessen, die mit dem griechischen Buchstaben Omega **Ω** abgekürzt wird.

Der deutsche Physiker Georg Simon Ohm entdeckte um 1825 die Beziehungen dieser physikalischen Größen zueinander. Ihm zu Ehren wurde das von ihm entdeckte Naturgesetz später als Ohmsches Gesetz bezeichnet.

Um den Unterschied zwischen den physikalischen Größen (wie ***U***, ***I*** oder ***R***) zu den Basiseinheiten deutlich zu machen, mit denen sie gemessen werden, werden die physikalischen Größen in Lehrbüchern meist in schräger, also *kursiver Schrift* gesetzt, die Basiseinheiten dagegen in normaler Schrift, also physikalische Größe ***I*** gemessen in **A**.

Das Ohmsche Gesetz stellt fest, dass die Spannung des Stroms ***U*** dem Produkt aus der Stärke des Stromflusses (meist einfach Stromstärke genannt) ***I*** und dem Widerstand ***R*** entspricht,
also: $\boldsymbol{U = I \times R}$. Umgangssprachlich sagt man: ***U*** ist gleich ***I*** mal ***R***, mathematisch korrekt wäre:
U ist das Produkt der Multiplikation von ***I*** mit ***R***.

Je nachdem welche Größen eines Stromkreises bekannt und welche ermittelt werden müssen, verwendet man dieses Gesetz auch in den Umformungen $\boldsymbol{I = \frac{U}{R}}$ und $\boldsymbol{R = \frac{U}{I}}$

Man verwendet die Bezeichnung **Widerstand** auch für ein **Bauelement**, das in Stromkreisen eingesetzt wird,

- um die Stärke des Stromflusses ***I*** in einem Stromkreis zu begrenzen
- um die Spannung ***U*** vor einem nachfolgenden Bauelement im Stromkreis zu reduzieren.

B. Spezifischer Widerstand

Das als Widerstand bezeichnete Bauelement besteht aus einem dünnen Draht, das von einem Isolator umgeben ist. Drei Eigenschaften bestimmen die Größe des elektrischen Widerstandes dieses Bauelementes:

1. die Länge $\boldsymbol{l}$ des Drahtes, die in der Basiseinheit Meter, abgekürzt **m**, gemessen wird.
2. der Querschnitt $\boldsymbol{A}$ des Drahtes, der in Quadratmillimetern, abgekürzt **mm²**, gemessen wird. Wichtig: nicht die physikalische Größe $\boldsymbol{A}$, die für den Querschnitt des Drahtes steht, mit der Basiseinheit für die Stromstärke Ampère verwechseln, die ebenfalls mit **A** abgekürzt wird.
3. das für den Draht verwendete Material, das einen spezifischen Widerstand hat.
   Für die Bezeichnung der physikalischen Größe des spezifischen Widerstandes eines Materials verwendet man den griechischen Buchstaben **Rho**, der je nach verwendetem Schrifttyp mit den Zeichen $\boldsymbol{\rho}$ oder der Variante $\boldsymbol{\varrho}$ angegeben wird.

Die Grundformel für den spezifischen Widerstand lautet $\boldsymbol{R = \varrho \frac{l}{A}}$

Für den spezifischen Widerstand ϱ gibt es keine eigene SI-Einheit, er wird in der Regel durch die Kombination der Einheiten $\Omega\frac{\boldsymbol{mm^2}}{\boldsymbol{m}}$ angegeben.
Die spezifischen Widerstände von Materialien sind in den meisten Tabellenbüchern aufgelistet. Der spezifische Widerstand von Kupfer beträgt zum Beispiel ungefähr 0,018 $\Omega\frac{mm^2}{m}$.

C. Reihenschaltung

In einer Reihenschaltung gelten folgende Regeln:

- Die Stromstärke ***I*** ist für alle Verbraucher der Reihenschaltung identisch, als $I_{ges}=I_1 = I_2= \ldots$
- Die Gesamtspannung ***U*** entspricht der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also $U_{ges}=U_1 + U_2+ \ldots$
  Um diese Summe auszudrücken, verwendet man auch den griechischen Buchstaben Sigma Σ, also $U_{ges}= \Sigma\, U_n= U_1 + U_2+ \ldots$
- Ebenso entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summe der Einzelwiderstände, also $R_{ges}= \Sigma\, R_n= R_1 + R_2+ \ldots$
- In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Widerstand zu Spannungsabfall sowohl für den gesamten Stromkreis als auch an jedem Widerstand gleich, also $\frac{Rges}{Uges} = \frac{R1}{U1} = \frac{R2}{U2} = \frac{R3}{U3}$, ebenso die Umkehr $\frac{Uges}{Rges} = \frac{U1}{R1} = \frac{U2}{R2} = \frac{U3}{R3}$.

D. Mathematische Kenntnisse, die zum Lösen der Aufgaben erforderlich sind

1. Bezeichnung der Bestandteile einer Rechenoperation

a) Addition

$$6 + 2 = 8$$

„erster Summand“ „plus“ „zweiter Summand“ „ist gleich“ „Summe“

b) **Subtraktion** (umgangssprachlich: „voneinander abziehen“)

$$6 - 2 = 4$$

„Minuend“ „minus“ „Subtrahend“ „ist gleich“ „Differenz“

c) **Multiplikation** (umgangssprachlich: „malnehmen“)

$$6 \times 2 = 12$$

„erster Faktor“ „mal“ „zweiter Faktor“ „ist gleich“ „Produkt“ oder auch:

„Multiplikator“ „mal“ „Multiplikant“ „ist gleich“ „Produkt“

d) **Division** (umgangssprachlich: „teilen“)

$$6 : 2 = 3$$

„Dividend“ „durch“ „Divisor“ „ist gleich“ „Quotient“

2. Algebra – das Rechnen mit Unbekannten

Wenn man weiß, dass ein Apfel 50 ct kostet, kann man daraus berechnen, was zwei Äpfel kosten.

Als **Algebra** bezeichnet man das Teilgebiet der Mathematik, bei dem es um das Rechnen mit Gleichungen geht, bei denen aus einzelnen **bekannten Werten** die noch **unbekannten Werte** ermittelt werden.

In unserem Beispiel sind dabei „ein Apfel“, „50ct“ und „zwei Äpfel“ die **bekannten Werte**, der Preis für zwei Äpfel ist der noch zu ermittelnde **unbekannte Wert**.

Vor rund tausend Jahren wurden die bis dahin bekannten Grundlagen der **Algebra** (von arabisch: *al-dschabr* „das Zusammenfügen gebrochener Teile“) von arabischen und persischen Gelehrten zusammengefasst und deutlich weiterentwickelt. Die Übernahme dieses Wissens durch europäische Gelehrte vor rund 500 Jahren war dann die Grundlage für den sich immer mehr beschleunigenden technologischen Fortschritt, der zunächst Europa und später die ganze Welt erfasste.

Das Verfahren, mit dem man Gleichungen umformt, um unbekannte Werte zu ermitteln, nennt man **Äquivalenzumformung**. Äquivalenz heißt wörtlich: „gleich wahr“. Damit wird ausgedrückt, dass die Gleichungen vor und nach der Umformung genauso (=gleich) wahr sind.

a) **Apfel-Beispiel 1 (Äquivalenzumformung durch Addition):**

1 🍎	= 50 ct	ist genauso wahr wie
1 🍎 + 50 ct	= 50 ct + 50 ct	| (auf beiden Seiten der Gleichung habe ich 50ct addiert)
		ist genauso wahr wie
1 🍎 + 50 ct	= 100 ct	| auf der rechten Seite wurde das Ergebnis der Addition von 50ct + 50 ct berechnet

b) **Apfel-Beispiel 2 (Äquivalenzumformung durch Multiplikation):**

1 🍎	= 50 ct	ist genauso wahr wie
2 x 🍎	= 2 x 50 ct	| (beide Seiten der Gleichung habe ich mit 2 multipliziert)
		Ist genauso wahr wie
2 🍎	= 100 ct	| auf der rechten Seite wurde das Ergebnis der Multiplikation von 2 x 50 berechnet

c) **Apfel-Beispiel 3 (Äquivalenzumformung durch Multiplikation - Dreisatz):**

Wenn ich drei Werte kenne (in unserem Beispiel „ein Apfel“, „50ct“ und „zwei Äpfel“) und einen Wert suche („den Preis“ für zwei Äpfel), also drei **bekannte Werte** und **einen unbekannten Wert** habe, dann nennt man das im Deutschen eine **Dreisatzaufgabe**.

Bei einer Dreisatzaufgabe geht man davon aus, dass zwei der bekannten Werte dasselbe Verhältnis zueinander haben, wie der dritte bekannte Wert zu dem unbekannten Wert.

50 ct / 1 🍎 = ? ct / 2 🍎

Anstelle des Fragezeichens ? verwendet man in einer Gleichung meistens einen Buchstaben wie x oder y als Symbol (auch „Platzhalter“ genannt) für den gesuchten unbekannten Wert. Also:

50 ct / 1 🍎 = y ct / 2 🍎

Damit das Ganze noch übersichtlicher ist, lässt man beim Rechnen oft die Einheitenzeichen weg, wie hier „ct“ für Cent und „🍎“ für Apfel. Also:

50 / 1 = y / 2

Da 50/1= 50 sind, schreibt man also:

$$50 = y / 2$$

Den Bruchstrich kann man auch so schreiben:

$$50 = \frac{y}{2}$$

Jetzt kommt die Äquivalenzumformung, bei der ich beide Seiten mit der Zahl „2“ multipliziere:

$$2 \times 50 = 2 \times \frac{y}{2}$$

Diese Gleichung kann ich auch so schreiben:

$$100 = \frac{2 \times y}{2}$$

Ober- und unterhalb des Bruchstriches habe ich denselben Faktor „2“ (hier gelb markiert), den ich gegeneinander **kürzen** kann (also oberhalb und unterhalb des Bruchstrichs wegstreichen kann).

Damit ist: $100 = y$

Der gesuchte Wert ist also 100. Der Preis für 2 Äpfel ist also 100 ct.

d) **Apfel-Beispiel 4 (<u>Prozentrechnung als Spezialfall der Dreisatzrechnung</u>):**

Ein Prozent heißt auf Deutsch: ein Hundertstel.

Sind von 100 Äpfeln 30 faul, so kann ich dazu auch sagen 30 % der Äpfel sind faul.

Sind von 200 Äpfeln 30% faul, so kann man mit Dreisatz die Lösung wie folgt berechnen:

$$\frac{30}{100} = \frac{y}{200}$$

$$200 \times \frac{30}{100} = 200 \times \frac{y}{200} \quad | \text{ (beide Seiten der Gleichung habe ich mit 200 multipliziert)}$$

Das Ganze kann man auch so schreiben:

$$\frac{200 \times 30}{100} = \frac{200 \times y}{200}$$

anschließend die 200 in die Faktoren 100 × 2 zerlegen:

$$\frac{100\, x\, 2 \times 30}{100} = \frac{200 \times y}{200}$$

Nach Kürzen gleicher Faktoren über und unter dem Bruchstrich bleibt:

$$2 \times 30 = y$$

$$60 = y$$

30% von 200 sind also 60.

3. Berechnung von Umfang und Fläche eines Kreises

Die Berechnung von Umfang und Fläche eines Kreises ist ein weiterer Spezialfall der Algebra, da falls der **Durchmesser** eines Kreises bekannt ist, die unbekannte **Fläche** oder der unbekannte **Umfang** ermittelt werden kann.

Die älteste uns bekannte Näherung der Zahl, die das Verhältnis von Umfang, Durchmesser und Fläche eines Kreises beschreibt, stammt aus einem ungefähr 3.600 Jahre alten ägyptischen Rechenbuch:

- Multipliziert man die Hälfte des **Durchmesser**s ***d*** eines Kreises, also den **Radius *r*** zunächst mit sich selbst und dann mit ungefähr 3,14, erhält man die **Fläche *A*** des Kreises. Bei einem

Draht bezeichnet man diese Fläche auch als **Querschnitt**.
Nach den Ägyptern haben sich auch die Griechen mit mathematischen Problemen beschäftigt und diese Zahl von ungefähr 3,14 mit ihrem Buchstaben **Pi π** bezeichnet.
Mathematisch drückt man das Verhältnis von Radius ***r*** zur Fläche ***A*** durch die Gleichung: ***A*= π r²** aus.
(Achtung: Hier steht ***A*** nicht für die Maßeinheit Ampère, mit der man die Stromstärke misst, sondern für die Fläche (auch Querschnitt benannt)

- Multipliziert man den Durchmesser ***d***, also den zweifachen Radius eines Kreises mit **π**, so erhält man den Umfang ***U*** des Kreises.
  Mathematisch lautet die Gleichung: ***U = π d*** *(bei Bezug auf den Durchmesser) oder* ***U = 2 r π*** *(bei Bezug auf den Radius).*
  (Und wieder Achtung: Hier steht ***U*** nicht für die Stromspannung, sondern für den Kreisumfang).

Beispiel:

Hat man also einen Draht, der mit 200 Windungen (oder Wicklungen) auf eine Spule mit einem mittleren (=durchschnittlichen) Windungsdurchmesser von 30 mm gewickelt ist, so berechnet sich die Drahtlänge wie folgt:

Windungsdurchmesser d = 30 mm: nach ***U = π d*** *ist* ***U=3,14 × 30 mm = 94,2 mm***
94,2 mm = **9,42 cm** = **0,0942 m** ist also der mittlere (oder auch durchschnittliche) Umfang der Spule. Bei 200 Windungen hat der Draht also eine Gesamtlänge von **0,0942 m × 200 = 18,84 m.**

4. Umformung von Einheiten und Exponentialschreibweise

Ist der Einheit ein großes **M** vorangestellt, so bedeutet das: ein Tausendfaches. 1 MV (ausgesprochen: ein Megavolt) sind also eintausend Volt, mathematisch geschrieben 1 MV = 1.000 V.

Eine Zahl kann man auch mit der mathematischen **Exponentialschreibweise** darstellen. Die Zahl, die dabei mit sich selbst multipliziert wird, nennt man dabei **Basis**, die Anzahl wie oft sie mit sich selbst multipliziert wird, nennt man **Exponent**. Beides zusammen nennt man **Potenz**. Die Exponentialschreibweise der Zahl 1.000 zur Basis 10 ist 10^3, da man die Zahl 10 dreimal mit sich selbst multiplizieren muss, um Tausend zu erhalten:
(10 x 10 x 10 = 1.000). Bei der Potenz 10^3 ist 10 die Basis, 3 der Exponent.

Ist der Einheit ein großes **G** vorangestellt, so bedeutet das: ein Millionenfaches. 1 GV (ausgesprochen: ein Gigavolt) sind also eine Million Volt. Da man die Zahl 10 sechs Mal mit sich selbst multiplizieren muss, um eine Million zu erhalten, wird die Zahl Million in Exponentialschreibweise 10^6 geschrieben.

Ist der Einheit ein kleines **m** vorangestellt, so bedeutet das: ein Tausendstel. 1 mV (ausgesprochen: ein Millivolt) ist also ein Tausendstel Volt, mathematisch geschrieben 1mV = 0,001 V. Bei der Exponentialschreibweise verwendet man einen negativen Exponenten:
1mV = $\frac{1}{1.000}$ V = $\frac{1}{10\times10\times10}\mathrm{V} = \frac{1}{10^3}\mathrm{V} = 1 \times 10^{-3}\ \mathrm{V} = 10^{-3}\ \mathrm{V}$

Ist der Einheit der griechische Buchstabe My **µ** vorangestellt, so bedeutet das: ein Millionstel.
1 µV (ausgesprochen: ein Mikrovolt) ist also ein Millionstel Volt,
mathematisch geschrieben 1µV = 0,001 mV = 0,000001 V = 1 x $10^{-6}\ \mathrm{V} = 10^{-6}\ \mathrm{V}$.

5. Kürzen

a) Bei Divisionen:

1. Steht über und unter dem Bruchstrich dieselbe Potenz, so hebt sie sich gegenseitig auf.

Beispiel $\frac{5\ \mathrm{mV}}{7\mathrm{mA}} = \frac{5\times10^{-3}\mathrm{V}}{7\times10^{-3}\mathrm{A}} = \frac{5\ \mathrm{V}}{7\ \mathrm{A}}$

2. Steht über und unter dem Bruchstrich eine Potenz mit derselben Basis aber einem anderen Exponenten, so kann man durch Subtraktion der Exponenten kürzen:

Beispiel $\frac{5\ \mathrm{mV}}{7\mu\mathrm{A}} = \frac{5\times10^{-3}\mathrm{V}}{7\times10^{-6}\mathrm{A}} = \frac{5\ \mathrm{V}}{7\times10^{-3}\mathrm{A}} = \frac{5\ \mathrm{V}}{7\ \mathrm{mA}}$

3. Lassen sich Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren, so kann man ebenfalls kürzen:

Beispiel: $\frac{25\ \mathrm{V}}{35\ \mathrm{A}} = \frac{5\times5\ \mathrm{V}}{7\times5\ \mathrm{A}} = \frac{5\ \mathrm{V}}{7\ \mathrm{A}}$

b) Bei Multiplikationen:

Gegenläufige Exponenten zur selben Basis kann man ebenfalls gegeneinander kürzen:

Beispiel 1: 7 mA x 5 MV = 7 x 10^{-3} A x 5 x 10^{3} V = 7 A x 5 V

Beispiel 2: 7 µA x 5 MV = 7 x 10^{-6} A x 5 x 10^{3} V = 7 x 10^{-3} A x 5 V = 7 mA x 5 V

6. Runden

Manche Zahlen, wie die Zahl π (= 3,1415926535…) haben viele Nachkommastellen, die man nicht alle ausschreiben kann. Deswegen bricht man an einer Stelle ab, die mathematische Bezeichnung für dieses Vorgehen heißt **Runden**. Wenn die Zahl, die der Stelle folgt, an der man rundet, 5 oder größer ist, dann rundet man auf, ansonsten rundet man ab.

Beispiel 1 - **Aufrunden**: Entscheidet man sich dafür, π an der vierten Nachkommastelle zu runden, so rundet man auf und schreibt 3,1416, da die nächstfolgende Zahl 9 ≥ (größergleich) 5 ist.

Beispiel 2 – **Abrunden**: Entscheidet man sich dafür π, an der zweiten Nachkommastelle zu runden, so rundet man ab und schreibt 3,14, da die nächstfolgende Zahl 1 < (kleiner) als 5 ist.

E. Vorgehen bei der Lösung der Aufgaben

Viele Aufgaben sind in Unteraufgaben gegliedert, die nicht immer in der vorgegebenen Reihenfolge gelöst werden können. Manchmal kann die Unteraufgabe a) erst gelöst werden, nachdem man zuvor die Unteraufgabe c) gelöst hat.

Deshalb muss man sich bei der Bearbeitung jeder Aufgabe

1. zunächst einen Überblick verschaffen, welche Größen bekannt und welche gesucht werden,
2. dann einen geeigneten Lösungsweg entwickeln,
3. dann die Grundformeln so umstellen,
   dass auf der einen Seite der Gleichung die bekannten Werte so eingesetzt werden können, dass sich auf der anderen Seite daraus die Lösung ergibt.

Aufgaben Seite 190

1. Eine Halogen-Scheinwerferlampe hat eine Nennspannung *U* von 12 V. Der Widerstand *R* der Glühwendel beträgt 2,616 Ω. Welcher Strom *I* fließt durch die Glühwendel?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *R*, gesucht wird *I*.

   $I = \frac{U}{R}$

   $I = \frac{12\ \mathrm{V}}{2{,}618\Omega} = 4{,}584\ \mathrm{A}$

   Lösung:

   Es fließt ein Strom mit der Stärke von 4,584 A durch die Glühwendel.

2. In einer Glühkerze mit einer Nennspannung *U* von 0,9 V fließt ein Strom *I* von 49 A. Wie groß ist der Widerstand R der Glühschleife?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $R = \frac{U}{I}$

   $R = \frac{0{,}9\mathrm{V}}{49\ \mathrm{A}} = 0{,}0184\Omega$

   Lösung:

   Der Widerstand R der Glühschleife beträgt 0,0184 Ω.

3. In einer Glühstiftkerze mit einem Widerstand *R* von 4,8 Ω fließt ein Strom *I* von 5 A. Für welche Spannung *U* ist die Glühstiftkerze ausgelegt.

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $U = I \times R$

   $U = 5\mathrm{A} \times 4{,}8\Omega = 24\ \mathrm{V}$

   Lösung:

   Die Glühstiftkerze ist für 24 V ausgelegt.

4. Eine Relaisspule hat einen Widerstand von 60 Ω. Es fließt ein Strom von 0,2 A in der Spule. Für welche Spannung ist die Spule ausgelegt?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $U = I \times R$

   $U = 0{,}2\mathrm{A} \times 60\ \Omega = 12\ \mathrm{V}$

   Lösung:

   Die Spule ist für 12 Volt ausgelegt.

5. An welcher Spannung liegt eine Parkleuchte, die bei einem Widerstand der Leuchtwendel von 24 Ω einen Strom von 0,5 A aufnimmt?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

   $U = I \times R$

   $U = 0{,}5\mathrm{A} \times 24\ \Omega = 12\ \mathrm{V}$

   Lösung:

   Die Parkleuchte liegt an einer Spannung von 12 Volt.

6. An einer Starterbatterie wird bei einer Klemmenspannung von 12,8 V ein Widerstand von 0,2 Ω angeschlossen. Wie groß ist der Strom im Widerstand?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *R*, gesucht wird *I*.

   $I = \frac{U}{R}$

   $I = \frac{12{,}8\mathrm{V}}{0{,}2\Omega} = 64\ \mathrm{A}.$

   Lösung:

   Die Stromstärke beträgt 64 A.

7. Wegen einer nicht einwandfreien Leitungsisolation fließt bei einer Betriebsspannung von 28 V ein Fehlerstrom von 0,5 mA. Wie groß ist der Isolationswiderstand an der Fehlerstelle?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $R = \frac{U}{I}$

   $R = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{mA}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}0005\ \mathrm{A}} = 56.000\ \Omega$

   Alternativ: $R = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{mA}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}} = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \ \mathrm{A}} \times\ 10^3 = \frac{28\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \ \mathrm{A}} \times\ 1.000 = 56.000\ \Omega$

   Lösung:

   Der Isolationswiderstand beträgt 56.000 Ω.

8. An einem Widerstand liegt eine Spannung von 250 mV. Im Widerstand fließt ein Strom von 500µA. Wie groß ist der Widerstand?

   Lösungsweg:

   Bekannt sind *U* und *I*, gesucht wird *R*.

   $R = \frac{U}{I}$

   $R = \frac{250\ \mathrm{mV}}{500\ \mu\mathrm{A}} = \frac{250\ \mathrm{V}}{500\ \ \mathrm{mA}} = \frac{250\ \mathrm{V}}{0{,}5\mathrm{A}} = 500\ \Omega$

   Erläuterung: Hier kann man im Zähler (der Zahl über dem Bruchstrich) und im Nenner (der Zahl unter dem Bruchstrich) je ein Tausendstel kürzen und so über dem Bruchstrich aus Millivolt ->

Volt machen und unter dem Bruchstrich aus Mikroampere ->Milliampere. Um den Widerstand korrekt zu berechnen muss von mA anschließend in A umgeformt werden.

Lösung:

Der Widerstand beträgt 500 Ω.

9. In einem Widerstand von 0,3 MΩ fließt ein Strom von 40µA. An welcher Spannung liegt der Widerstand?

Lösungsweg:

Bekannt sind *I* und *R*, gesucht wird *U*.

$$U = I \times R$$

$$U = 40\ \mu\text{A} \times 0{,}3\ \text{M}\Omega$$

$$= 40 \times 10^{-6}\text{A} \times 0{,}3 \times 10^{3}\Omega$$

$$= 40 \times 10^{-3}\text{A} \times 0{,}3\ \Omega$$

$$= 0{,}04\ \text{A} \times 0{,}3\ \Omega$$

$$= 0{,}012\ \text{V} = 12\ \text{mV}$$

$alternative\ Berechnung$:

$$U = 40\ \mu\text{A} \times 0{,}3\ \text{M}\Omega$$

$= 40\ \text{mA} \times 0{,}3\ \Omega$ Erläuterung: Mikro µ mit Mega M verrechnet ergibt Milli.

$$= 0{,}04\ \text{A} \times 0{,}3\ \Omega$$

$$= 0{,}012\ \text{V} = 12\ \text{mV}$$

Lösung:

Der Widerstand liegt an einer Spannung von 12 mV.

10. Der Vorwiderstand in einer Vorglühanlage soll neu gewickelt werden. Im Betriebszustand liegt er an einer Spannung von 3,3 V, der Strom beträgt 50 A. ϱ = 1,2 Ωmm²/m, *A* = 4 mm². Wie groß ist die Länge des Widerstandsdrahtes.

Lösungsweg:
Bekannt sind *U* und *I*, daher wird zur Lösung zunächst *R* ermittelt.

$$R = \frac{U}{I}$$

$R = \frac{3{,}3\text{V}}{50\ \text{A}}$ = 0,066 Ω

Die Formel für den spezifischen Widerstand ist so umzustellen, dass der gesuchte Wert ermittelt werden kann:

$$\boldsymbol{R = \varrho \frac{l}{A}} \rightarrow \boldsymbol{l} = \frac{R \times A}{\varrho}$$

$\boldsymbol{l} = \frac{0{,}066\Omega \times 4\ mm^2}{1{,}2\frac{\Omega\text{mm}^2}{\boldsymbol{m}}}$ = 0,22 m

Lösung:
Die Länge des Widerstandsdrahtes ist 0,22 m.

11. Eine 12-V-Relaisspule aus Kupferdraht mit einem Drahtdurchmesser von 0,1 mm hat 400 Windungen. Der mittlere Windungsdurchmesser beträgt 15 mm. Berechnen Sie a) Widerstand, b) Drahtlänge, c) Strom.

Lösungsweg:

Bekannt sind *U* sowie einige Hinweise, aus denen *R* über die Formel $R = \varrho \frac{l}{A}$ berechnet werden kann.

- Bestimmung des spezifischen Widerstandes ϱ:
  Laut Tabellenbuch ist für Kupfer $\varrho = 0{,}018\ \Omega \frac{mm^2}{m}$
- Bestimmung des Durchmessers A
  Aus dem bekannten Drahtdurchmesser *d* kann der Drahtquerschnitt *A* ermittelt werden.
  $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ Anmerkung: da $r = \frac{1}{2} d = \frac{d}{2}$
  $A = 3{,}1426 \times \left(\frac{0{,}1\text{mm}}{2}\right)^2 = 3{,}1426 \times (0{,}05\text{mm})^2 = 0{,}00786\ \text{mm}^2$
- Bestimmung von l
  Aus der Anzahl der Windungen der Spule und dem mittleren Windungsdurchmesser *d* kann die Länge des Drahtes bestimmt werden.
  Zunächst wird mithilfe der Formel zur Berechnung des Kreisumfangs ***U*** die Länge einer Windung bestimmt:
  $U = \pi d$
  $U = 3{,}1426 \times 15\ \text{mm} = 47{,}139\ \text{mm} = 0{,}047139\ \text{m}$
  Die Spule hat insgesamt 400 Windungen also:
  $l = 400 \times U$
  $l = 400 \times 0{,}047139\ \text{m} = 18{,}86\ \text{m}$
- Bestimmung des Widerstandes *R*
- $R = \varrho \frac{l}{A}$

  $$R = 0{,}018\Omega \frac{mm^2}{m} \times \frac{18{,}86\ m}{0{,}00786\ mm^2} = 43{,}2\Omega$$
- Bestimmung der Stromstärke *I*

  $$I = \frac{U}{R}$$

  $I = \frac{12\ V}{43{,}2\Omega} = 0{,}2778\ \text{A}$

Lösung:
a) Der Widerstand beträgt 43,2 Ω.

b) Die Drahtlänge beträgt 18,86 m.

c) Die Stromstärke beträgt 0,2778 A.

Aufgaben Seite 194

1. Die Widerstände R1 = 3 Ω, R2 = 5 Ω, R3 = 2 Ω liegen in Reihe an einer Spannung von 6V. Berechnen Sie a) den Gesamtwiderstand, b) den Strom, c) die Spannungsabfälle.

Lösungsweg:

a) Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand *R* der Summer der Einzelwiderstände, hier also:

   $R_{ges} = \Sigma R_n = R_1 + R_2 + R_3$

   $R_{ges} = 3\ \Omega + 5\ \Omega + 2\ \Omega = 10\ \Omega$

b) $I = \frac{U}{R}$

c) $I = \frac{6\ \mathrm{V}}{10\ \Omega} = 0{,}6\ \mathrm{A}$

c) Spannungsabfall
   $U_1 = R_1 \times I$ $\quad U_1 = 3\ \Omega \times 0{,}6\ \mathrm{A} = 1{,}8\ \mathrm{V}$
   $U_2 = R_2 \times I$ $\quad U_2 = 5\ \Omega \times 0{,}6\ \mathrm{A} = 3\ \mathrm{V}$
   $U_3 = R_3 \times I$ $\quad U_3 = 2\ \Omega \times 0{,}6\ \mathrm{A} = 1{,}2\ \mathrm{V}$

Lösung:

a) Der Gesamtwiderstand beträgt 10 Ω.

b) Die Stromstärke beträgt 0,6 A.

c) Die Spannungsabfälle betragen:
   $U_1 = 1{,}8\ \mathrm{V}$
   $U_2 = 3\ \mathrm{V}$
   $U_3 = 1{,}2\ \mathrm{V}$

2. Vier gleich große Widerstände mit einem Widerstandswert von je 3 Ω sind in Reihe geschaltet. Es fließt ein Strom von 0,5 A im 4. Widerstand. Bestimmen Sie den Strom in den übrigen Widerständen, die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen sowie die Gesamtspannung.

   Lösungsweg und Lösungen:

a) Die Stromstärke ***I*** ist für alle Verbraucher einer Reihenschaltung identisch. Also beträgt die Stromstärke auch an allen anderen Widerständen 0,5 A.

b) Für alle Widerstände sind die Werte identisch, also ist auch der Spannungsabfall in allen Widerständen:

   $U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = R_n \times I = 3\ \Omega \times 0{,}5\ A = 1{,}5\ V$

c) In einer Reihenschaltung entspricht die Gesamtspannung *U* der Summe der einzelnen Spannungsabfälle:

   $U_{ges} = \Sigma U_n = 4 \times 1{,}5\ V = 6V$

   Die Gesamtspannung beträgt 6 V.

3. Die Widerstände R1 = 8 Ω, R2 = 42 Ω, R3 = 150 Ω liegen in einer Reihenschaltung an einer Spannung von 10 V. Berechnen Sie a) den Gesamtwiderstand, b) den Strom in den einzelnen Widerständen, c) die Spannungsabfälle in den einzelnen Widerständen.

   Lösungsweg und Lösungen:

   a) Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand *R* der Summe der Einzelwiderstände, hier also:
   $R_{ges} = \Sigma R_n = R_1 + R_2 + R_3$
   R_{ges}= 8 Ω + 42 Ω + 150 Ω = 200 Ω
   Der Gesamtwiderstand beträgt 200 Ω

   b) $I = \frac{U}{R}$

   c) $I = \frac{10\text{ V}}{200\ \Omega} = 0{,}05\text{ A}$

   Die Stromstärke beträgt überall 0,05 A.

   d) Die Spannungsabfälle betragen:
   $U_1 = R_1 \times I$ $\quad$ U_1 = 8 Ω × 0,6 A = 2,4 V
   $U_2 = R_2 \times I$ $\quad$ U_2 = 42 Ω × 0,6 A = 25,2 V
   $U_3 = R_3 \times I$ $\quad$ U_3 = 150 Ω × 0,6 A = 90 V

4. In einer Reihenschaltung aus zwei Widerständen sind bekannt die Gesamtspannung U = 50V, der Teilwiderstand R_2 = 0,4 Ω, der Gesamtwiderstand R = 2 Ω. Berechnen Sie den Teilwiderstand R_1 sowie die Teilspannungen an den Widerständen.

   Lösungsweg und Lösungen:

   a) Aus den Angaben zum Gesamtwiderstand und dem Teilwiderstand R_2 kann der Teilwiderstand R_1 ermittelt werden
   $R_{ges} = R_1 + R_2 \rightarrow R_1 = R_{ges} - R_2$

   R_1 = 2 Ω - 0,4 Ω = 1,6 Ω

   Der Gesamtwiderstand R_1 beträgt 1,6 Ω.

   b) Die Gesamtspannung und der Gesamtwiderstand sind bekannt, daraus kann zunächst die Stromstärke I ermittelt werden:

   c) $I = \frac{U}{R}$

   $$I = \frac{50\text{ V}}{2\ \Omega} = 25\text{A}$$

   Da die Werte für die einzelnen Widerstände bekannt sind, können nun die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen berechnet:

   $U_1 = R_1 \times I$ $\quad$ U_1 = 1,6 Ω × 25 A = 40 V
   $U_2 = R_2 \times I$ $\quad$ U_2 = 0,4 Ω × 25 A = 10 V

5. Zwei Widerstände sind nach Bild 1 geschaltet. Berechnen Sie a) U2, b) R_1, c) R.

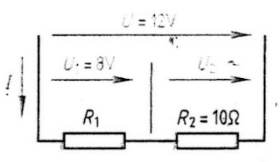

Bild 1

   Lösungsweg und Lösungen:

   a) In einer Reihenschaltung entspricht die Gesamtspannung ***U*** der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also
   $U_{ges} = U_1 + U_2$.
   Die Grundformel $U_{ges} = U_1 + U_2$ kann so umgestellt werden, dass aus den bekannten Werten U_{ges} und U_1. der unbekannte Wert U_2. ermittelt werden kann.

$U_2 = U_{ges} - U_1$

U_2 = 12 V – 8 V = 4V

U_2 beträgt 4V.

b) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Widerstand zu Spannungsabfall an jedem Widerstand gleich, also $\frac{R1}{U1} = \frac{R2}{U2}$. U_1, U_2 und U_2 sind bekannt. Durch Umformung der Gleichung kann also R_1 ermittelt werden.

$R_1 = \frac{U1 \times R2}{U2}$ $\qquad$ $R_1 = \frac{8\text{ V} \times 10\ \Omega}{4\text{ V}}$ = 20 Ω

R_1 beträgt 20 Ω.

c) Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summer der Einzelwiderstände, also: $R_{ges} = \Sigma R_n = R_1 + R_2$
R_{ges}= *20* Ω + 10 Ω = 30 Ω

Der Gesamtwiderstand beträgt 30 Ω.

6. Die Widerstände R1, R2, R3 sind nach Bild 2 geschaltet. Berechnen Sie a) den Strom *I*, b) die Teilspannungen U_1 und U_3, c) die Gesamtspannung U, d) den Gesamtwiderstand R.

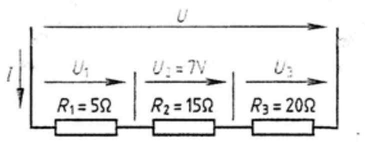

Bild 2

Lösungsweg und Lösungen:

d) Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summer der Einzelwiderstände, hier also:

$R_{ges} = \Sigma R_n = R_1 + R_2 + R_3$

R_{ges}= 5 Ω + 15 Ω + 20 Ω = 40 Ω

b) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Spannungsabfall zu Widerstand an jedem Widerstand gleich, also $\frac{U1}{R1} = \frac{U2}{R2} = \frac{U3}{R3}$.
R_1, R_2, R_3 *und* U_2 sind bekannt. Durch Umformung der Gleichung können also U_1 und U_3 ermittelt werden.

$U_1 = \frac{R1 \times U2}{R2}$ $\qquad$ $U_1 = \frac{5\ \Omega \times 7\text{ V}}{15\ \Omega} = \frac{1\ \Omega \times 7\text{ V}}{3\Omega}$ = 2,333 V

$U_3 = \frac{R3 \times U2}{R2}$ $\qquad$ $U_3 = \frac{20\ \Omega \times 7\text{ V}}{15\ \Omega} = \frac{4\ \Omega \times 7\text{V}}{3\Omega} = \frac{28\ \Omega\text{V}}{3\Omega}$ V= $\frac{28\ \Omega\text{V}}{3\Omega}$ V = 9,333 V

Die Teilspannung U_1 beträgt 2,333 V, die Teilspannung U_2 beträgt 9,333 V

c) In einer Reihenschaltung entspricht die Gesamtspannung ***U*** der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also $U_{ges} = U_1 + U_{2.} + U_3$

U_{ges}= 2,333 V + 7 V + 9,333 V = 18,667 V

Die Gesamtspannung beträgt 18,67 V.

a) Gesamtspannung und Gesamtwiderstand sind nun bekannt. Aus $I = \frac{U}{R}$ folgt also

$I = \frac{18{,}667\text{ V}}{40\ \Omega}$ = 0,467 A

Die Stromstärke beträgt 0,467 A.

7. Drei Widerstände sind nach Bild 3 geschaltet. Berechnen Sie a) die Teilspannungen U_2 und U_3, b) die Teilwiderstände R_1 und R_2, c) den Gesamtwiderstand R.

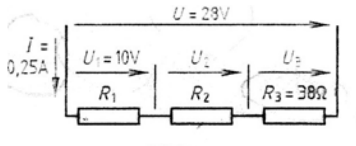

Bild 3

Lösungsweg und Lösungen:

c) Gesamtspannung und Stromstärke sind bekannt, daraus kann zunächst der Gesamtwiderstand ermittelt werden:

$R = \frac{U}{I}$ $\qquad$ $R = \frac{28\text{ V}}{0{,}25\ A} = 112\ \Omega$

a) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Spannungsabfall zu Widerstand sowohl im gesamten Stromkreis als auch an jedem Widerstand gleich, also $\frac{Uges}{Rges} = \frac{U1}{R1} = \frac{U2}{R2} = \frac{U3}{R3}$.

U_{ges} *und* R_{ges} sind bekannt. Durch Umformung der Gleichung können also die Teilspannung U_3 ermittelt werden.

$U_3 = \frac{Uges \times R3}{Rges}$

$U_3 = \frac{28\ V \times 38\ \Omega}{112\ \Omega} = 9{,}5\ V$

In einer Reihenschaltung entspricht die Gesamtspannung ***U*** der Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Verbrauchern also $U_{ges}=U_1 + U_{2.} + U_3$

Die Grundformel $U_{ges}=U_1 + U_2 + U_3$ kann so umgestellt werden, dass aus den bekannten Werten U_{ges}, $U_{1.}$ Und U_3 der unbekannte Wert $U_{2.}$ ermittelt werden kann.

$U_2 = U_{ges} - U_1 - U_3$

$U_2 = 28\text{ V} - 10\text{ V} - 9{,}5\text{ V} = 8{,}5\text{ V}$

Die Teilspannung U_2 beträgt 8,5 V, die Teilspannung U_3 beträgt 9,5 V.

b) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Widerstand zu Spannungsabfall sowohl im gesamten Stromkreis als auch an jedem Widerstand gleich, also $\frac{Rges}{Uges} = \frac{R1}{U1}$.

Durch Umformung der Gleichung kann also der Teilwiderstand R_1 ermittelt werden

$R_1 = \frac{Rges \times U1}{Uges}$ $\qquad$ $R_1 = \frac{112\ \Omega \times 10\text{ V}}{28\text{ V}} = 40\ \Omega$

Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand ***R*** der Summer der Einzelwiderstände, hier also $R_{ges} = R_1 + R_2 + R_{3.}$

Durch Umformung der Gleichung kann der Teilwiderstand R_2 ermittelt werden.

$R_2 = R_{ges} - R_1 - R_3$ $\qquad$ $R_2 = 112\ \Omega - 40\ \Omega - 38\ \Omega = 34\ \Omega$

Der Teilwiderstand R_1 beträgt 40 Ω, der Teilwiderstand R_2 beträgt 34 Ω.

8. Berechnen Sie in der Schaltung nach Bild 4 a) den Strom, b) den Gesamtwiderstand, c) den Widerstand R_1, d) die fehlenden Teilspannungen.

hilfsweise:
$R_4 = R_2 + R_3$

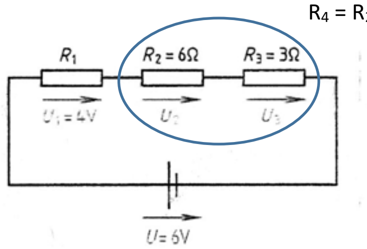

Bild 4

Lösungsweg und Lösungen:

a) Die Widerstände R_2 und R_3 werden zunächst hilfsweise als Widerstand R_4 zusammengefasst.

$R_4 = R_2 + R_3$ $\qquad$ $R_4 = 6\ \Omega + 3\ \Omega = 9\ \Omega$

Da U_{ges} und U_1 bekannt sind, kann U_4 ermittelt werden.

$U_{ges} = U_1 + U_4$ $\qquad$ $U_4 = U_{ges} - U_1$ $\qquad$ $U_4 = 6\text{ V} - 4\text{ V} = 2\text{ V}$

Da die Stromstärke in der Reihenschaltung überall dieselbe ist,

kann sie jetzt aus $I = \frac{\text{U4}}{\text{R4}}$ ermittelt werden:

b) $I = \frac{2\ \text{V}}{9\ \Omega} = 0{,}222\ \text{A}$

Die Stromstärke beträgt 0,222 A.

c) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Widerstand zu Spannungsabfall sowohl im gesamten Stromkreis als auch an jedem Widerstand gleich, also $\frac{R_4}{U_4} = \frac{R1}{U_1}$, umgeformt
$R_1 = \frac{R4}{U4} \times U_1$ $R_1 = \frac{9\ \text{V}}{2\ \text{V}} \times 4\ \text{V} = 18\ \Omega$

Der Widerstand R_1 beträgt 18 Ω.

b) Bei der Reihenschaltung entspricht der Gesamtwiderstand R_{ges} der Summe der Einzelwiderstände, hier also:
$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$ $R_{ges} = 18\ \Omega + 6\ \Omega + 3\ \Omega = 27\ \Omega$

Der Gesamtwiderstand beträgt 27 Ω

c) In einer Reihenschaltung ist das Verhältnis von Spannungsabfall zu Widerstand sowohl im gesamten Stromkreis als auch an jedem Widerstand gleich, also $\frac{Uges}{Rges} = \frac{U_1}{\text{R}_1} = \frac{U_2}{\text{R}_2} = \frac{U_3}{\text{R}_3}$

$U_2 = \frac{\text{U}_1 \times \text{R}_2}{\text{R}_1}$ $U_2 = \frac{4\ \text{V} \times 6\ \Omega}{18\ \Omega} = 1{,}33\ \text{V}$

Da U_1 und U_4 bekannt sind, kann U_3 ermittelt werden.
$U_4 = U_2 + U_3$ $U_3 = U_4 - U_2 = 2\ \text{V} - 1{,}33\ \text{V} = 0{,}666\ \text{V}$

U_2 beträgt 1,333 V, U_3 beträgt 0,666 V.

9. Eine 12-V-Starterbatterie soll an einer Gleichspannungsquelle von 220 V aufgeladen werden (Bild 5). Beim Beginn der Ladung beträgt die Ladespannung 2V je Zelle bei einem Ladestrom von 20 A. Am Ende der Ladung beträgt die Ladespannung 2,6 V je Zelle bei einem Ladestrom von 5 A. Wie groß ist jeweils der erforderliche Vorwiderstand bei Beginn und Ende der Ladung?

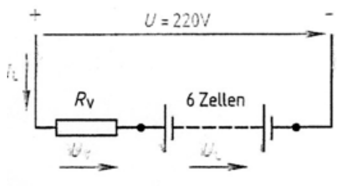

Bild 5

Lösungsweg und Lösungen:

a) Betrachtung zum Beginn der Ladung
In einer Reihenschaltung summieren sich die Spannungen, bei Ladebeginn beträgt die Summe der Ladespannungen der Zellen also $U_Z = 6 \times 2\ \text{V} = 12\ \text{V}$
$U_{ges} = U_V + U_Z$ $U_V = U_{ges} - U_Z$ $U_V = 220\ \text{V} - 12\ \text{V} = 208\ \text{V}$

Damit sind Spannung U_V und Stromstärke I für den Vorwiderstand bekannt, daraus kann die Größe des Vorwiderstandes ermittelt werden:

$R_V = \frac{U_V}{I}$ $R_V = \frac{208\ \text{V}}{20\ A} = 10{,}4\ \Omega$

Die Größe des Vorwiderstandes bei Beginn des Ladevorganges beträgt 10,4 Ω.

b) Betrachtung zum Ende der Ladung
In einer Reihenschaltung summieren sich die Spannungen, bei Ladebeginn beträgt die Summe der Ladespannungen der Zellen also $U_Z = 6 \times 2{,}6\ \text{V} = 15{,}6\ \text{V}$
$U_{ges} = U_V + U_Z$ $U_V = U_{ges} - U_Z$ $U_V = 220\ \text{V} - 12\ \text{V} = 204{,}4\ \text{V}$

Damit sind Spannung U_V und Stromstärke I für den Vorwiderstand bekannt, daraus kann die Größe des Vorderstandes ermittelt werden:

$R_V = \frac{U_V}{I}$ $R_V = \frac{204{,}4V}{5\,A} = 40{,}88\ \Omega$

Die Größe des Vorwiderstandes bei Ende des Ladevorganges beträgt 40,88 Ω.

Noch nicht bearbeitet:

10. Berechnen Sie in der Schaltung nach Bild 6 für beide Schalterstellungen a) den Strom, b) den Spannungsabfall am Vorwiderstand, c) die Größe des Vorwiderstandes, d) die Drahtlänge des Vorwiderstandes, wenn der Drahtdurchmesser 2,5 mm und ϱ = 1,4 Ω mm²/m beträgt.

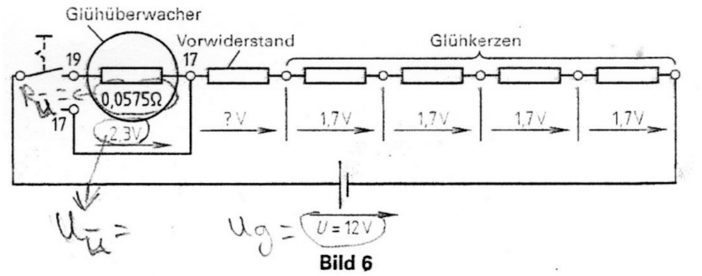

Bild 6

11. Wie verändern sich die Spannungs- und Stromwerte aus Aufgabe 10, wenn versehentlich eine falsche Glühkerze mit den Werten 0,9 V / 0,018 Ω eingebaut wurde?
12. Die Schaltung nach Bild 6 hat die gleichen Werte wie Aufgabe 10. Nach der 2. Glühkerze besteht jedoch ein Masseschluss. Berechnen Sie für beide Schalterstellungen a) den Strom, b) die prozentuale Stromzunahme gegenüber Aufgabe 10, c) die Spannungsabfälle.